

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Concours d'Accès aux Ecoles Nationales Supérieures
24-25 juin 2013

Date : 24/06/2013
Epreuve : Analyse
Durée : 1h 20 mn
Coefficient : 03

Exercice 1 :

On considère les intégrales suivantes.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x) dx \quad \text{et} \quad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos x) dx.$$

- 1) Montrer que l'intégrale I est impropre et qu'elle est convergente.
- 2) calculer $\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$ et puis montrer que $I = J$.
- 3) Montrer que $I + J = -\frac{\pi \ln 2}{2} + I$.

Exercice 2 :

Dans cet exercice, on ne demande pas de calculer les primitives, ni la valeur de l'intégrale juste d'écrire les bornes d'intégrations.

- 1) Calculer l'intégrale double de la fonction $f(x, y) = \left|y - \frac{1}{2}x\right|$ sur le rectangle $M_0(0,0), M_1(3,0), M_2(3,1)$ et $M_3(0,1)$.
- 2) Echanger l'ordre de l'intégration de l'intégrale précédente.
- 3) En utilisant les coordonnées polaires, calculer l'aire du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tels que } x^2 + y^2 \leq 4 \text{ et } y \geq -x + 2\}$.